

Abitur 2014 Mathematik GK Infinitesimalrechnung Aufgabe A1

Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden einmalig 20 mg eines Medikamentes direkt in die Blutbahn eines Patienten gespritzt. Die im Blut vorhandene Medikamentenmenge (in mg) kann näherungsweise durch die Exponentialfunktion f mit $f(t) = 20 \cdot e^{-0,1054t}$ beschrieben werden (t misst die Zeit in Minuten nach der Injektion).

Teilaufgabe 1.1 (7 BE)

Geben Sie die fehlenden Werte in der unteren Tabelle an. Zeichnen Sie anschließend anhand der ermittelten Punkte den Graphen von f in ein geeignetes Koordinatensystem.

t	0	5	10	15	20	25	30
f(t)	20			$\approx 4,12$			$\approx 0,85$

Teilaufgabe 1.2 (4 BE)

Berechnen Sie die Zeit, nach der sich nur noch die Hälfte der anfänglichen Medikamentenmenge im Blut des Patienten befindet.

Unter der medizinischen Wirkung $w(T)$ eines Medikamentes bis zum Zeitpunkt T (in Minuten) versteht man den Ausdruck $w(T) = \int_0^T f(t)dt$, wobei die Funktion f die Menge des Medikamentes im Blut in Abhängigkeit von der Zeit t (in Minuten) beschreibt.

Teilaufgabe 2.1 (6 BE)

Bestimmen Sie die medizinische Wirkung des Medikamentes aus Aufgabe 1 für $T = 30$ unter Angabe einer Stammfunktion.

Teilaufgabe 2.2 (6 BE)

Erläutern Sie die Zeilen (I) bis (III) im Kasten und deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

$$(I) \int_0^{35} f(t) dt \approx 185,01$$

$$(II) \lim_{T \rightarrow \infty} w(T) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T f(t) dt \approx 189,75$$

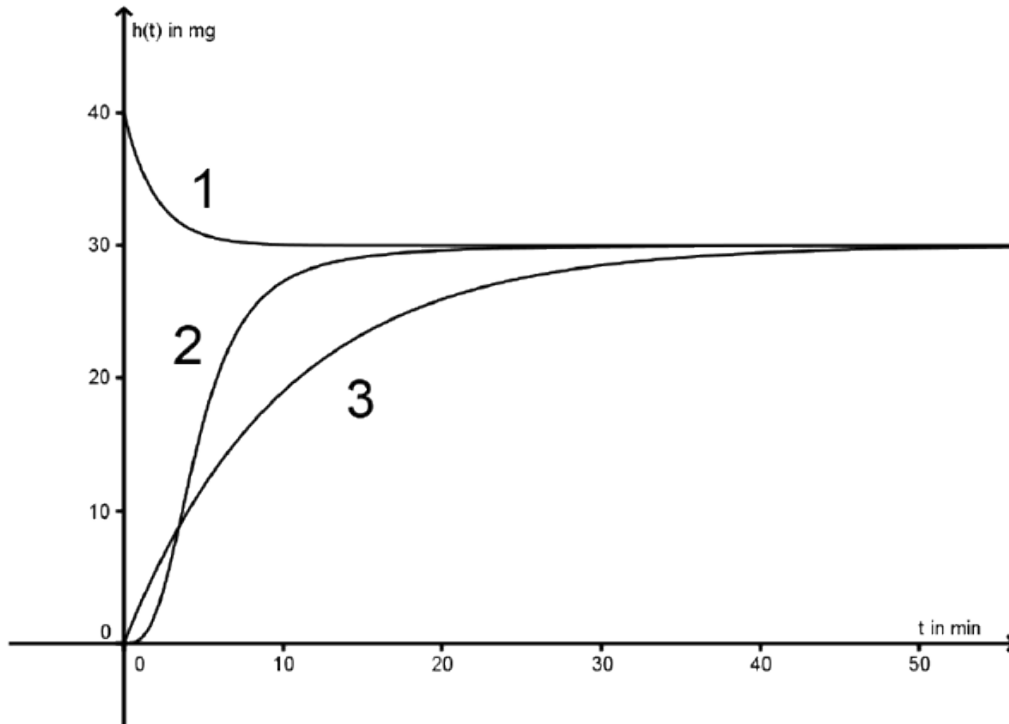
$$(III) \frac{185,01}{189,75} \approx 0,98 = 98\%$$

Das Medikament kann auch über eine Tropfinfusion verabreicht werden. Dabei gelangt jede Minute eine gleichbleibende Menge von $c = 3$ mg des Medikamentes in den Blutkreislauf, wobei über die Nieren in jeder Minute $k = 10\%$ des im Blut vorhandenen Medikamentes abgebaut werden.

Für die im Blut befindliche Menge h des Medikamentes in Abhängigkeit von der Zeit t in Minuten gilt allgemein (mit den obigen Bezeichnungen): $h(t) = \frac{c}{k} \cdot (1 - e^{-kt})$.

Teilaufgabe 3.1 (6 BE)

Geben Sie die Funktionsgleichung $h(t)$ für die im Blut befindliche Medikamentenmenge bei einer Tropfinfusion an. Begründen Sie dann, welcher der drei Graphen die Funktion h korrekt beschreibt.

**Teilaufgabe 3.2** (6 BE)

Zeigen Sie, dass H mit $H(t) = 30 \cdot (t + 10 \cdot e^{-0,1t})$ eine Stammfunktion von h ist. Berechnen Sie die medizinische Wirkung (siehe Aufgabe 2) der Tropfinfusion nach 30 Minuten.

Teilaufgabe 4. (5 BE)

Diskutieren Sie die Einsatzmöglichkeiten der beiden Darreichungsformen „Spritze“ und „Tropfinfusion“ anhand der betrachteten Graphen.